

Während sich das Nickel durch einen deutlichen Vorzeichenwechsel im Temperaturkoeffizienten auszeichnet, stehen für das Kobalt noch Messungen aus. In neuerer Zeit sind von ARAJS und COLVIN⁹ Untersuchungen am Gadolinium bekannt geworden. Die Effekte in der Wärmeleitfähigkeit am CURIE-Punkt waren kleiner als 1%. Die gleichen Verfasser¹⁰ finden am Dysprosium beim Übergang vom ferromagnetischen in den antiferromagnetischen Zustand eine Abnahme der Wärmeleitfähigkeit von etwa 4%.

Die ebenfalls gemessene Änderung der Wärmeleitfähigkeit und des elektrischen Widerstandes am A_3 -

Punkt des reinen Eisens (910 °C) liefert für den scheinbaren thermischen Widerstand einen Effekt von mehr als 20%, der jedoch nach Elimination des Null-effekts verschwindet, das heißt unterhalb 1% liegt – in Übereinstimmung mit dem Verhalten des elektrischen Widerstandes, der unter Berücksichtigung der thermischen Ausdehnung eine Änderung von etwa 0,5% aufweist.

Für die Unterstützung und Förderung der Arbeit möchten wir Herrn Prof. Dr. HEINRICH LANGE recht herzlich danken.

⁹ S. ARAJS u. R. V. COLVIN, PR **198** [1963] (erscheint in J. Appl. Phys.).

¹⁰ R. V. COLVIN u. S. ARAJS, PR **192** [1963] (erscheint in Phys. Rev.).

Zum Tunneleffekt bei Supraleitern im Mikrowellenfeld

VON EBERHARD RIEDEL *

Institut für Theoretische Physik der Universität Köln
(Z. Naturforschg. **19 a**, 1634–1635 [1964]; eingeg. am 24. Oktober 1964)

Mit dem Modell von COHEN, FALICOV und PHILLIPS¹ werden Strom-Spannungs-Charakteristiken von Supraleiter-Kontakten unter Berücksichtigung eines Mikrowellenfeldes berechnet. Es ergeben sich modifizierte JOSEPHSON-Terme und eine Stufenstruktur in der Gleichstromcharakteristik. Die Effekte wurden von SHAPIRO² beobachtet.

1. Im CFP-Modell wird die Tunnelprobe bei angelegter Gleichspannung V_0 charakterisiert durch den HAMILTON-Operator

$$H = H_1 + H_2 + H_T + V_0 N_1. \quad (1)$$

Es sind $H_1 = H_1' - \mu_1 N_1$ und $H_2 = H_2' - \mu_2 N_2$ die Vielteilchen-HAMILTON-Operatoren, N_1 und N_2 die Teilchenanzahloperatoren der Supraleiter 1 und 2, H_T der Term, der ihre Koppelung beschreibt. Ein-Elektronen-Zustände in 1 werden durch (k, σ) , solche in 2 durch (q, σ) bezeichnet. H_T hat dann die Form

$$H_T = \sum_{k,q,\sigma} \{ T_{qk} c_{q\sigma}^+ c_{k\sigma} + T_{kq} c_{k\sigma}^+ c_{q\sigma} \}, \quad (2)$$

wobei T_{qk} Übergangsmatrixelemente zwischen Zuständen nahezu gleicher Energie sind³.

Ein Mikrowellenfeld (E -Feld) der Frequenz ν sei senkrecht zur Fläche des Kontaktes gerichtet. Es ruft zwischen den Bereichen 1 und 2 eine zusätzliche Potentialdifferenz $V \cos \nu t$ hervor. Diese allein wird im fol-

genden berücksichtigt durch den Zusatzterm

$$V(t) = V N_1 \cos \nu t \quad (3)$$

zum HAMILTON-Operator (1).

2. Die üblichen Ausdrücke für den Tunnelstrom zwischen den Bereichen 1 und 2^{1,3} behalten ihre Form. Die in H_T lineare Näherung für den Stromausdruck lautet

$$J_T = \frac{2e}{\hbar} \text{Im} \sum_{k,q,\sigma} T_{qk} \int_{-\infty}^t dt' e^{\delta t'} \cdot i \langle [c_{q\sigma}^+(t) c_{k\sigma}(t), H_T(t')] \rangle_0. \quad (4)$$

Die Erwartungswerte sind thermische Mittelwerte, die zu bilden sind mit dem statistischen Operator des ungestörten Systems

$$W_0 = \frac{\exp\{-\beta(H_1 + H_2)\}}{\text{Spur} \exp\{-\beta(H_1 + H_2)\}}. \quad (5)$$

Um die Multiphotonprozesse adäquat zu beschreiben, wurde der Zeitentwicklungsoperator des Systems aufgespalten in

$$U = U_0 \cdot U_s \quad (6)$$

mit

$$U_0 = \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} (H_1 + H_2 + V_0 N_1) t - i \frac{V}{\hbar \nu} \sin \nu t \right\} \quad (7)$$

$$\text{und} \quad U_s = T \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' e^{\delta t'} H_T(t') \right\}. \quad (8)$$

Alle mit Zeitargument geschriebenen Operatoren sind im Wechselwirkungsbild zu verstehen:

$$A(t) = U_0^+ A U_0.$$

* Jetzt Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München.

¹ M. H. COHEN, L. M. FALICOV u. I. C. PHILLIPS, Phys. Rev. Letters **8**, 316 [1962].

² S. SHAPIRO, Phys. Rev. Letters **11**, 80 [1963]. — S. SHAPIRO, A. R. JAMES u. S. HOLLY, Rev. Mod. Phys. **36**, 223 [1964].

³ A. H. AMBEGAOKAR u. A. BARATOFF, Phys. Rev. Letters **10**, 486 [1963]; Erratum: Phys. Rev. Letters **11**, 104 [1963].



3. Die in (4) auftretenden Erwartungswerte können näherungsweise im Quasiteilchenbild berechnet werden⁴. Wenn man beim Transformieren auf BOGOLJUBOV-Operatoren die BCS-HAMILTON-Operatoren H_1 und H_2 linearisiert und die Zeitabhängigkeit der Operatoren als c -Zahl-Funktion abspaltet, ergeben sich folgende Transformationsformeln

$$c_{k\sigma}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n \left(\frac{V}{\hbar \nu} \right) \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} (V_0 + n \hbar \nu) t \right\} \left\{ u_k \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} E_k t \right\} \gamma_{k\sigma} + \varepsilon(\sigma) v_k \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} E_k t \right\} \gamma_{-k-\sigma}^+ \right\}, \quad (9)$$

$$c_{q\sigma}(t) = u_q \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} E_q t \right\} \gamma_{q\sigma} + \varepsilon(\sigma) v_q \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} E_q t \right\} \gamma_{-q-\sigma}^+. \quad (10)$$

Dabei sind $E_k = (\varepsilon_k - \mu_1)^2 + \Delta_1^2)^{1/2}$ die Quasiteilchen-Energien, $\varepsilon_k = \frac{1}{2} \hbar^2 k^2 / m$, Δ_1 die temperaturabhängige Energielücke in Supraleiter 1, $\varepsilon(\sigma) = \text{sign } \sigma$ und J_n die BESSELschen Koeffizienten der Ordnung n . Mit $f(E)$ wird im folgenden die FERMI-Verteilung für Quasiteilchen bezeichnet.

4. Das Ergebnis für den Tunnelstrom unter Berücksichtigung eines Mikrowellenfeldes enthält mehrere Anteile.

Für den Strombeitrag tunnelnder Einzelteilchen einen Term, den schon TIEN und GORDON⁵ angegeben haben, und der die Gleichstromcharakteristik mit Stufenstruktur^{2, 6} beschreibt

$$J_{T_1} \sim \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2 \left(\frac{V}{\hbar \nu} \right) \int_{-\infty}^{+\infty} dE \frac{|E|}{\sqrt{E^2 - \Delta_1^2}} \frac{|E + V_0 + n \hbar \nu|}{\sqrt{(E + V_0 + n \hbar \nu)^2 - \Delta_2^2}} [f(E) - f(E + V_0 + n \hbar \nu)]; \quad (11)$$

dazu noch oszillierende Strombeiträge (Frequenzen $n \nu$, $n=1, 2, \dots$).

Modifizierte JOSEPHSON-Terme liefern den Strombeitrag tunnelnder COOPER-Paare (der Phasenfaktor $\exp\{-i\alpha\}$ wurde von $T_{qk} T_{-q-k}$ abgespalten):

$$J_{T_2} = \frac{e}{2\hbar} \text{Im} \sum_{k,q} \sum_{n,n'=-\infty}^{+\infty} |T_{qk} T_{-q-k}| J_n \left(\frac{V}{\hbar \nu} \right) J_{n'} \left(\frac{V}{\hbar \nu} \right) \exp \left\{ -i \left(\frac{2V_0}{\hbar} + [n+n'] \nu \right) t - i\alpha \right\} \cdot \\ \cdot \frac{\Delta_1(k)}{E_k} \cdot \frac{\Delta_2(q)}{E_q} \left\{ \left(\frac{1}{E_k - V_0 - n' \hbar \nu - E_q - i\delta} + \frac{1}{E_k + V_0 + n' \hbar \nu - E_q + i\delta} \right) (f(E_k) - f(E_q)) \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{E_k - V_0 - n' \hbar \nu + E_q - i\delta} + \frac{1}{E_k + V_0 + n' \hbar \nu + E_q + i\delta} \right) (1 - f(E_k) - f(E_q)) \right\}. \quad (12)$$

Bei den Spannungen $V_0 = \frac{1}{2} m \hbar \nu$ ($m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) treten im Suprastrom Gleichstromkomponenten auf, deren Amplituden eine periodische Funktion der Intensität des Mikrowellenfeldes sind (BESSEL-Koeffizienten). Die Effekte können als Folge der Frequenzmodulation des JOSEPHSON-Wechselstromes durch das Mikrowellenfeld verstanden werden.

SHAPIRO² und DAYEM und MARTIN⁶ haben die beschriebenen Effekte bei Tunnelexperimenten beobachtet. Zumindest qualitativ können die Experimente durch die hier durchgeführte Näherungsrechnung erklärt werden.

Zum Schluß eine Bemerkung zum JOSEPHSON-Wechselstrom [$\nu=0$ in (12)]. Für symmetrische Supraleiter-Supraleiter-Kontakte ($\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$) bei $T=0^\circ\text{K}$ haben wir die Amplitude J_V des JOSEPHSON-Wechselstromes als Funktion der am Kontakt liegenden Spannung V berechnet und in relativen Einheiten den in Abb. 1 dargestellten Verlauf erhalten. J_0 ist der JOSEPHSON-Gleichstrom bei der Spannung $V=0$, vgl. auch³.

Herrn Professor Dr. B. MÜHLSCHLEGEL danke ich für viele fördernde Diskussionen.

⁴ E. RIEDEL, Diplom-Arbeit (unveröffentlicht).

⁵ P. K. TIEN u. I. P. GORDON, Phys. Rev. **129**, 647 [1963].

⁶ A. H. DAYEM u. R. H. MARTIN, Phys. Rev. Letters **8**, 246 [1962].

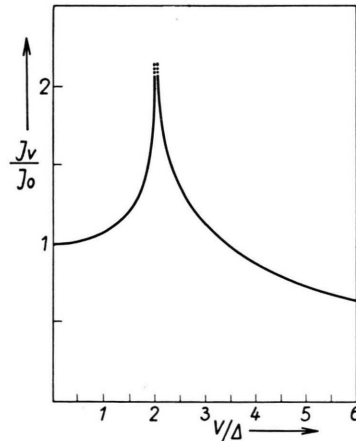


Abb. 1. Amplitude des JOSEPHSON-Wechselstromes J_V als Funktion der Spannung V .